Prof. dr hab. Piotr Oprocha
Akademia Górniczo-Hutnicza
Wydział Matematyki Stosowanej
al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków
e-mail: oprocha@agh.edu.pl

Kraków, 22 maja 2019

Ocena dorobku naukowego
doktora Zbigniewa Leśniaka
w związku z postępowaniem habilitacyjnym w
Instytucie Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach

Ocena osiągnięcia naukowego

W ramach swojego dorobku naukowego dr Leśniak przedstawił cykl 6 publikacji

[A1] Z. Leśniak, *On boundaries of parallelizable regions of flows of free mappings*, **Abstr. Appl. Anal.**, Vol. 2007 (2007), Article ID 31693, 8 pp.
[A2] Z. Leśniak, *On a decomposition of the plane for a flow free mappings*, **Publ. Math. Debrecen** 75 (2009), No. 1-2, 191–202.
[A3] Z. Leśniak, *On fractional iterates of a Brouwer homeomorphism embeddable in a flow*, **J. Math. Anal. Appl.** 366 (2010), No. 1, 310–318.
[A4] Z. Leśniak, *On the topological equivalence of flows of Brouwer homeomorphisms*, **J. Difference Equ. Appl.** 22 (2016), 853–864.
[A5] Z. Leśniak, *On properties of the set of invariant lines of a Brouwer homeomorphism*, **J. Difference Equ. Appl.** 24 (2018), 746–752.
[A6] Z. Leśniak, *On the topological conjugacy of Brouwer flows*, **Bull. Malays. Math. Sci. Soc.**, DOI: 10.1007/s40840-017-0567-8.

Numeracja prac zgadza się z kolejnością ich ukazywania się, i w związku z tym omówię je w tej kolejności. Praca [A1] dotyczy homeomorfizmów płaszczyzny które zachowują orientację oraz nie posiadają punktów stałych (tzw. homeomorfizmy Brouwera). Głównym obiektem są potoki pochodzące od takich homeomorfizmów, tzn. przesunięcie o czas 1 jest homeomorfizmem Brouwera.

Wstęp tej pracy wprowadza czytelnika w zdziwienie. Można odnieść wrażenie, że autor w cytowanej tam pracy [1] wprowadził nową wersję relacji współbieżności, gdy tymczasem jest to drobna modyfikacja definicji z [2] która pozwala uniknąć łuków zdegenerowanych. Co więcej Andrea pozostawia dowód równoważności wprowadzonej przez siebie relacji jako proste ćwiczenie, a modyfikacja tej relacji jak w [1] była doskonale znana już wcześniej (np. patrz wstęp pracy [Brown, Slaminka, Transue, 1998], pozycja [23] w autoreferacie; jest to też jeden z możliwych przykładów, że nie wszystkie homeomorfizmy Brouwera pochodzą od potoków). Trudno jest mi wskazać w pracy [A1] jakiś główny wynik. W zasadzie jest to kompilacja dość prostych obserwacji oraz wniosków z nich. Niektóre z rozważanych faktów można by spokojnie pozostawić bez dowodu, gdyż są ogólnie znane (np. że jeśli zbiór otwarty jest niezmienniczy dla potoku to jego brzeg także). Głównym narzędziem w analizie jest istnienie obszarów na których potok jest prostowalny czy fakt, że brak trajektorii okresowych wymusza by każda orbita potoku rozcinała płaszczyznę.

Praca [A2] jest chyba najciekawszą ze wszystkich wchodzących w skład przedstawionego osiągnięcia. Autor dowodzi tam, że dla każdego potoku pochodzącego od homeomorfizmu Brouwera istnieje co najwyżej przeliczalna rodzina otwartych zbiorów prostowalnych oraz wybranych w nich pojedynczych trajektorii, w ten sposób że indeksowanie zbiorów jednocześnie informuje o wzajemnym położeniu trajektorii względem siebie (Twierdzenie 2.2.). Twierdzenie opiera się w głównej mierze o indukcyjną konstrukcję w oparciu o Lemat 2.1 oraz odpowiednie numerowanie kolejnych regionów. Idea dowodu jest jasna, natomiast sam dowód dość techniczny. Habilitant uczciwie przyznaje, że sposób numeracji obszarów jest inspirowany wynikami Kaplana z lat 40, jednak nie umniejsza to autorskich pomysłów habilitanta.

Praca [A3] dotyczy poszukiwania pierwiastków funkcyjnych, tj. mając daną funkcję f pytamy czy istnieje funkcja g spełniająca dla danego n równanie

$$g^n = f. \tag{1}$$

Samo pytanie w pełnej ogólności wydaje się trudne. Niestety w pracy [A3] zakładamy wprost, że f jest homeomorfizmem Brouwera zanurzalnym w potoku. Takie założenie w mojej ocenie całkowicie trywializuje zagadnienie. Otóż zakładamy, że dana jest ciągła funkcja $\pi(t,x)$ spełniająca warunki $\pi(s+t,x) = \pi(s,\pi(t,x))$ oraz $\pi(1,x) = f(x)$, $\pi(0,x) = x$. Wiemy więc natychmiast, że $g(x) = \pi(1/n, x)$. Na tej podstawie dochodzimy do wniosków, że jeśli π jest prostowalny globalnie, to g jest przesunięciem o wektor $\frac{1}{n}v$ gdy f jest przesunięciem o wektor v (z dokładnością do deformującego homeomorfizmu), oraz że w ogólnym przypadku możemy g posklejać z kawałków prostowalnych gwarantowanych rozkładem z [A2]. Całość rozważań jest więc oczywista, maksymalnie trywializując powody stojące za pytaniem związanym z równaniem (1).

Dość krótka praca [A4] dotyczy tak zwanych punktów regularnych. Dwa główne wyniki pracy mówią, że tak zwane punkty regularne są zachowywane przez topologiczne sprzężenie potoków (Twierdzenie 4.1) oraz, że pierwsze przedłużenia graniczne zachowywane są przez topologiczną równoważność (Twierdzenie 5.3). Dowód twierdzenia 4.1 wykorzystuje w sposób istotny twierdzenie 2.4 (z pracy [18] według bibliografii [A4]; praca [B16] autorstwa habilitanta według wykazu w autoreferacie) które mówi, że punkty regularne stanowią sumę wnętrz klas abstrakcji względem relacji współbieżności. Mimo, że praca jest krótka i korzysta istotnie z poprzednich wyników habilitanta, wydaje mi się ciekawa. Patrząc na wypowiedź Twierdzenia 5.3 natychmiast nasuwa się pytanie, czy założenie o braku trajektorii okresowych jest konieczne (tzn. że potok pochodzi od homeomorfizmu Brouwera). Niestety habilitant nie komentuje tego w pracy.

Praca [A5] dotyczy relacji współbieżności dla homeomorfizmu Brouwera, bez założenia jego zanurzenia w potok. Zostało ono w rozważaniach zastąpione założeniem o niezmienniczości pewnych linii (homeomorficznych obrazów $\mathbb{R}$, które dodatkowo są domknięte w $\mathbb{R}^2$). Założenie o domkniętości w $\mathbb{R}^2$ zdecydowanie upraszcza rozważania. W szczególności „linie" nie mogą się akumulować na dziwnych przyciągających continuuach. Habilitant dokłada to założenie zapewne po to, by sytuacja była relatywnie zbliżona do tego co doskonale zna. Jest to zdecydowanie najsłabsza praca ze wszystkich tworzących oceniane osiągnięcie. Szczerze mówiąc jestem zaskoczony, że habilitant zdecydował się dołączyć tą pracę. Wszystkie wyniki w niej zawarte są oczywiste i natychmiast widać jak będzie przebiegał dowód. W zasadzie wszystko opiera się o twierdzenie Jordana.

Praca [A6] zajmuje się warunkami na to by dwa potoki topologicznie równoważne były topologicznie sprzężone. Praca jest ekstremalnie techniczna i trudno jest mi sobie wyobrazić sytuację by ktoś przy jej pomocy rozstrzygał czy dwa potoki sa sprzężone czy też nie. Nawet sam autor nie zadaje sobie trudu przedstawienia choćby jednego przykładu w którym jego twierdzenia mogłyby się stosować (najlepiej w sposób nietrywialny; tzn. gdy sprzężenie nie jest oczywiste). Nawet dość krótkie Twierdzenie 3.1 (pochodzące z [17] według bibliografii) o sprzężeniu potoków Reeba odwołuje się do oznaczeń z Twierdzenia 1.2 które następnie odwołuje się do oznaczeń z Twierdzenia 1.1 (twierdzenia z pracy [A2]). Wypowiedź tych dwóch twierdzeń zajmuje całą stronę. Z drugiej strony trudno o prostszy przykład potoków równoważnych topologicznie niż te w Twierdzeniu 3.1 (poza prostymi translacjami). W tym duchu wypowiadane są Twierdzenia 2.4 czy 3.2 których założenia zajmują kilka do kilkunastu linijek z gąszczem oznaczeń i warunków które należałoby sprawdzić. Nie bardzo widzę sytuację w której mając dane dwa potoki topologicznie równoważne sięgam po te twierdzenia. Wyniki z [A2] mają niewątpliwy charakter jakościowy (mówią o tym, że istnieją pokrycia potoku o ciekawych dodatkowych własnościach, między innymi dające się prostować) co może być wartościowe w dowodach. Jednak twierdzenia z [A6] praktycznie nic nie wnoszą. Zdecydowanie brakuje też przykładu dwóch potoków topologicznie równoważnych które nie są sprzężone. W zasadzie od tego należałoby zacząć całą dyskusję.

Jak widać z powyższego opisu, warsztat habilitanta stosowany w pracach [A1]-[A6] jest dość ubogi. W zasadzie wszystkie dowody bazują na istnieniu obszarów prostowalności oraz twierdzeniach o rozcinaniu płaszczyzny. Patrząc na badania zawarte w [A1]-[A6], czyli około 12 lat działalności naukowej habilitanta, nie widzę by jego warsztat naukowy się istotnie wzmocnił. Uderzające jest także to, że habilitant w ogromnej mierze opiera się na swoich własnych, wcześniejszych wynikach oraz klasycznych wynikach z przed kilkudziesięciu lat nie zauważając niejako, że cała teoria postąpiła naprzód. W swoich analizach habilitant skupia się na homeomorfizmach Brouwera i to dodatkowo takich które zanurzają się potok. Wyjście poza tą klasę wiązałoby się z koniecznością opracowania nowych narzędzi, poza znanymi twierdzeniami o prostowalności.

Prace [A1]-[A6] posiadają pewną liczbę cytowań jednak ich bliższa analiza pokazuje, że są to albo autocytowania, albo tez cytowania „grzecznościowe" mówiące we wstępach artykułów, że inne rozważały podobną tematykę. Należy jednak uczciwie powiedzieć, że habilitant cytuje swoje własne wyniki w sposób istotny, używając je w kolejnych pracach (choćby wspomniana wcześniej praca [A2]), więc te akurat cytowania (mimo, że to autocytowania) można bez wątpienia uznać za istotne.

Na koniec zwrócę uwagę na dodatkowy element jako, że został wykazany w dokumentacji. W roku 2011 habilitant nie został dopuszczony do kolegium habilitacyjnego w ramach postępowania na Uniwersytecie Zielonogórskim. Rozprawa dotyczyła homeomorfizmów Brouwera i równań funkcyjnych z nimi związanych. Strona formalna postępowania została opisana przez habilitanta szczegółowo w załączniku do wniosku niniejszego, choć nie wiadomo które dokładnie 5 prac stanowiło wtedy główne osiągnięcie. Wspominam też o tym, gdyż jak podkreślałem wcześniej, pracę [A2] z roku 2009 uznaję za najlepszą w całym cyklu.

Pozostałe osiągnięcia naukowo badawcze

Poza 6 artykułami wchodzącymi w skład osiągnięcia naukowego, dr Leśniak przedstawił jeszcze 12 prac wydanych w czasopismach z listy JCR i 15 w czasopismach z poza listy filadelfijskiej (razem 33 pozycje). Najwcześniejsze z tych prac pochodzą jeszcze z roku 1993 (doktorat uzyskany w 1994 r.), zatem jest to efekt ponad 25 lat pracy badawczej. Habilitant jest jedynym autorem sporej części tych prac. Kilka innych jest wspólnych z byłym promotorem lub też z współpracownikami z Uniwersytetu Pedagogicznego. Nie ma tutaj wątpliwości, że kandydat uzyskał samodzielność naukową.

Ranga czasopism w których ukazały się prace dra Leśniaka jest różna. Zdecydowanie trudno doszukać się na tej liście najlepszych czasopism z zakresu układów dynamicznych czy też bardzo dobrych czasopism o profilu ogólnym. Patrząc już po samych tytułach prac odnosi się wrażenie, że ogromna większość dorobku habilitanta dotyczy równań funkcyjnych a nie układów dynamicznych. Dlaczego jako główne osiągnięcie wybrał on prace z poza tej tematyki trudno powiedzieć.

Niestety próba łączenia układów dynamicznych z problemami wywodzącymi się z równań funkcyjnych niejednokrotnie prowadzi habilitanta na manowce. Gdyby próbował stosować (obecnie bardzo bogatą) teorię układów dynamicznych do rozwiązywania problemów w ramach równań funkcyjnych, lub rozwiązywania pytań otwartych w dziedzinie układów dynamicznych przy pomocy swojej wiedzy z zakresu równań funkcyjnych, mogłoby to zapewne prowadzić do o wiele ciekawszych wyników. Niestety habilitant stosuje zupełnie inne podejście. Jako przykładem posłużę się pracą [B17]. W pracy tej rozważa się problem sprzężenia odwzorowań odcinka $[0,1]$ które są kawałkami monotoniczne a po skończonej liczbie iteracji wszystkie punkty lądują w pierwszym przedziale monotoniczności (podobna sytuacja dotyczy dalszych badań w [B22]). Autorzy z mozołem analizują warunki które pozwalają na topologiczne sprzężenie takich odwzorowań. W zasadzie widać od razu, że kluczem będzie przekładanie kawałków monotoniczności oraz ich sposób „wejścia" w docelowy przedział niezmienniczy. Niestety główny problem polega na tym, że z punktu widzenia układów dynamicznych, dynamika rozważanego monotonicznego odwzorowania odcinka (jeden przedział monotoniczności) jest trywialna, co w oczywisty sposób przenosi się dalej na rozważaną klasę odwzorowań. Zatem stwierdzenie które z tych odwzorowań są sprzężone, poza niewątpliwym elementem poznawczym co cenne w każdych badaniach akademickim, nie wnosi do teorii układów dynamicznych zbyt wiele. Podaję ten przykład, gdyż jest wiele znanych ważnych problemów dotyczących odwzorowań kawałkami monotonicznych. Nawet wśród odwzorowań unimodalnych jest wiele klasycznych twierdzeń i zaawansowanych wyników. Startować jednak należy od nietrywialnej sytuacji. Przykładem są twierdzenia charakteryzujące entropię takich odwzorowań. Innym przykładem jest tak zwana hipoteza Ingrama (rozwiązana niedawno przez Barge'a, Bruina i Štimač; nadal pewne pytania pozostają otwarte). Pytała ona czy granice odwrotne odwzorowań namiotowych (czyli o duch kawałkach liniowości o nachyleniu α) definiują przestrzenie homeomorficzne. Wiadomo natychmiast, że takie odwzorowania nie są sprzężone (nachylenie daje entropię, która musi być różna), zatem najprostszy punkt startu nie działa i konieczna jest dogłębna analiza ich dynamiki, w tym zachowanie punktów krytycznych (analiza dynamiki punktów krytycznych jest potrzebna także w [B17] czy [B22]). Zatem niewielkim wysiłkiem można było przejść od problemów zupełnie nieciekawych (dla dynamików) do problemów intensywnie badanych. Wymagałoby to jednak przejścia do problemów o wiele trudniejszych, wymagających budowy całkowicie nowych technik itd., ale w badaniach matematycznych chodzi właśnie o pytania trudne.

Prace kandydata są zauważalne (h-index 5 według WoS; wg. dokumentacji 4), choć spora część cytowań pochodzi od habilitanta i jego współautorów (razem 44 cytowania; wg. dokumentacji 37). Jest to zdecydowanie wynik zadowalający liczbowo, choć wobec długości stażu w nauce można by oczekiwać wartości większych. Na plus można uznać zauważalne zwiększenie cytowań w roku 2018, zatem od strony bibliometrycznej można oczekiwać dalszego wzrostu cytowalności w przyszłości. Choć niektóre cytowania są zaskakujące. Przykładowo praca: "The Fifty-fifth International Symposium on Functional Equations, June 11-18, 2017, Chengdu, China", Aequat. Math. (2018) 92: 1167, cytuje dwie prace habilitanta w ten sposób, że zawiera przedruk streszczenia (abstract) jego wystąpienia na konferencji w którym opiera się on na swoich pracach.

Dobrze wygląda działalność związana z upowszechnianiem wyników badań. We wniosku dr Leśniak podał 61 wystąpień konferencyjnych na konferencjach o zasięgu międzynarodowym (niektóre w Polsce, większość poza nią). Należy przy tej okazji zwrócić uwagę, że lista zdominowana jest przez 3 konferencje: ICFEI, ISFE i ECIT. Dwie pierwsze z nich w głównej tematyce dotyczą równań funkcyjnych, ostatnia dotyczy teoretycznie układów dynamicznych, jednak reprezentacja tej dziedziny bywa na niej niestety dość mała. W mojej ocenie to ogromny błąd z punktu widzenia rozwoju naukowego (w zakresie badań nad układami dynamicznymi). Prowadząc badania z układów dynamicznych, warto byłoby prezentować swoje wyniki przed jak najszerszym gronem specjalistów z tej tematyki. Jest wiele dużych konferencji które można by wskazać, czy mniejszych poświęconych ściśle topologicznym układom dynamicznym czy teorii ergodycznej. Innym pomysłem mogły by być konferencje ściśle topologiczne, gdzie homeomorfizmy Brouwera mogły by się spotkać z zainteresowaniem. Tego niestety w mojej ocenie brakuje.

Na koniec, pozytywnie należy ocenić fakt, że działalność habilitanta została kilkukrotnie dostrzeżona w ramach konkursu im. Marka Kuczmy (nagrody II i III stopnia).

Działalność organizacyjna i dydaktyczna

Habilitant uczestniczył w komitetach organizacyjnych 11 konferencji o zasięgu międzynarodowym. Jako redaktor gościnny pracował nad redakcją 5 tomów specjalnych czasopism. Nie unikał także pracy jako recenzent artykułów dla szerokiej gamy czasopism matematycznych.

Prowadził szeroką gamę przedmiotów tak dla studentów matematyki jak i innych (Analiza, Algebra, Geometria, ale też Bazy Danych, Programowanie i inne). Był promotorem prawie 30 prac magisterskich i ponad 40 prac licencjackich. Jest promotorem pomocniczym jednego doktoratu.

Pełnił funkcję kierownika studiów podyplomowych z matematyki oraz brał udział w pracach zespołu ds. jakości kształcenia. Był członkiem uczelnianego kolegium elektorów.

Bez wątpienia działalność organizacyjna i dydaktyczną habilitanta należy ocenić pozytywnie.

Konkluzja.

Niestety, mimo ciężaru odpowiedzialności za wstrzymywanie kariery naukowej przedstawiciela dyscypliny którą sam reprezentuję, oraz jego związków z Krakowską grupą układów dynamicznych, nie mogę uznać dorobku kandydata za wystarczającego do uzyskania habilitacji. Wierność własnym przekonaniom oraz wysokim standardom wyznaczonym przez polskich matematyków reprezentujących układy dynamiczne nakazuje mi w tym momencie ocenić starania habilitanta jako przedwczesne. Chciałbym aby moja krytyka była motywacją dla kandydata do pracy nad lepiej dobrana tematyką badawczą. Z drugiej strony powinien także zadbać o poszerzenie grona współautorów, w tym w ramach współpracy zagranicznej.

Reasumując, z przykrością stwierdzam, że trudno uznać przedstawiony cykl publikacji [A1]-[A6] jako znaczący wkład w rozwój matematyki. W moim przekonaniu ustawowe wymagania niezbędne do nadania dr Leśniakowi stopnia doktora habilitowanego nie są spełnione. W związku z tym **nie popieram** wniosku o nadanie dr Zbigniewowi Leśniakowi stopnia doktora habilitowanego.