Dr hab. Jacek Chmieliński, prof. UP
Instytut Matematyki
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN w Krakowie

Kraków, 18 lipca 2013.

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym
dra Włodzimierza Fechnera

1. Sylwetka habilitanta

Pan dr Włodzimierz Fechner jest matematykiem związanym przez całą swoją dotychczasową karierę akademicką z Instytutem Matematyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach. Tu ukończył studia magisterskie na kierunku matematyka, specjalność teoretyczna, zakończone 2 VI 2003r. obroną pracy magisterskiej pt. *Równania i nierówności funkcyjne w przestrzeni Rätza*, napisanej pod opieką prof. dr. hab. Romana Gera oraz studia doktoranckie zwieńczone 2 VII 2007r. obroną pracy doktorskiej pt. *Nierówności funkcyjne związane z funkcjonałami kwadratowymi*, której promotorem był również prof. Roman Ger. W tym samym Instytucie, w Zakładzie Równań Funkcyjnych, podjął w marcu 2007r. pracę — najpierw jako asystent, a od 1 X 2007 jako adiunkt. Ta ustabilizowana kariera naukowa, w wiodącym ośrodku badawczym w dyscyplinie równań i nierówności funkcyjnych i pod kierunkiem swego mistrza - Profesora Romana Gera, pozwoliła dr. W. Fechnerowi uzyskać głęboką i usystematyzowaną wiedzę w zakresie uprawianej specjalności. Zainteresowania naukowe dr. W. Fechnera dotyczą teorii równań i (szczególnie) nierówności funkcyjnych. Tej tematyce poświęcone są wszystkie publikacje habilitanta. Jest on autorem 32 artykułów naukowych, a swoje wyniki prezentował na ponad 20. konferencjach tematycznych. Współpracuje też z zagranicznymi grupami badawczymi.

Dorobek naukowy oraz dydaktyczny i popularyzatorski habilitanta szczegółowo omówiony i oceniony zostanie w kolejnych częściach recenzji, z uwzględnieniem *kryteriów oceny osiągnięć osoby ubiegającej się o nadanie stopnia doktora habilitowanego* zawartych w Rozporządzeniu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 1 września 2011 (Dz. Ust. Nr 196, poz. 1165).

2. Ocena przedstawionego osiągnięcia naukowego

Dr Włodzimierz Fechner przedstawia jako swoje *osiągnięcie naukowe* (w rozumieniu art. 16. ust. 2. *Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki* (Dz. U. Nr 65, poz. 595, z późniejszymi zmianami) **jednotematyczny cykl publikacji pt. *Nierówności funkcyjne o wielu zmiennych*.** Na cykl ten składa się 7 prac, których jedynym autorem jest Włodzimierz Fechner (tu i w całej recenzji stosujemy numerację prac zgodną z przedstawioną we wniosku):

[F1] *Functional characterization of a sharpening of the triangle inequality*, Math. Inequal. Appl. 13/3 (2010), 571-578.

[F2] *On some composite functional inequalities*, Aequationes Math. 79/3 (2010), 307-314.

[F3] *Four inequalities of Volkmann type*, J. Math. Inequal. 5/4 (2011), 463-472.

[F4] *A note on alienation for functional inequalities*, J. Math. Anal. Appl. 385 (2012), 202-207.

[F5] *Hlawka's functional inequality*, Aequationes Math. (2012) doi=10.1007/s00010-012-0178-2.

[F6] *Inequalities connected with averaging operators*, Indagationes Math. 24 (2013), 305-312.

[F7] *Functional inequalities motivated by the Lax-Milgram theorem*, J. Math. Anal. Appl. 402 (2013), 411-414.

Wszystkie prace z wyżej wymienionego cyklu, poza pracą [F3], ukazały się w czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports. Według obecnie obowiązującej punktacji ministerialnej suma punktów tych publikacji wynosi 180. Autor zatytułował cykl publikacji chyba zbyt ogólnie; wszak *nierówności funkcyjne o wielu zmiennych* to nazwa specjalności matematycznej. Oczywiście, wszystkie prace są poświęcone nierównościom funkcyjnym o wielu zmiennych — sądzę jednak, że łączy je więcej.

W pracach [F1], [F2] i [F3] rozważa się nierówności (a także równania) funkcyjne, których wspólną motywacją może być tożsamość Tarskiego

$$\big|\,|x|-|y|\,\big| = |x+y| + |x-y| - |x| - |y|$$

prawdziwa w zbiorze liczb rzeczywistych, ale już nie w przestrzeniach wielowymiarowych (gdy moduł zastąpimy normą). W tym ostatnim przypadku znane są pewne oszacowania pochodzące od L. Maligrandy, które skłoniły habilitanta do badania nierówności i równań funkcyjnych rozważanych w [F1] i [F2]:

$$|f(x)-f(y)| \leqslant f(x+y)+f(x-y)-f(x)-f(y) \leqslant \min\{f(x+y), f(x-y)\}, \tag{1}$$

$$|f(x)-f(y)| = f(x+y)+f(x-y)-f(x)-f(y), \tag{2}$$

$$f(f(x)-f(y)) = f(x+y)+f(x-y)-f(x)-f(y), \tag{3}$$

$$f(f(x)-f(y)) \leqslant f(x+y)+f(x-y)-f(x)-f(y), \tag{4}$$

$$f(f(x)-f(y)) \leqslant f(f(x+y))+f(x-y)-f(x)-f(y), \tag{5}$$

$$f(f(x)-f(y)) \leqslant f(f(x+y))+f(f(x-y))-f(f(x))-f(y). \tag{6}$$

Nie będziemy tu (ani w dalszej części recenzji) przytaczać wszystkich uzyskanych wyników. Ich przegląd zawarty jest w autoreferacie W. Fechnera. Zwrócimy uwagę tylko na niektóre. W [F1] wykazano, że rozwiązania $f\colon G \to \mathbb{R}$ układu nierówności (1) (G - grupa abelowa), znikające w zerze, są postaci $f(x) = \|A(x)\|$ gdzie $A\colon G \to X$ jest pewnym odwzorowaniem addytywnym o wartościach w pewnej przestrzeni unormowanej X. W dowodzie tego twierdzenia wykorzystano metodę charakteryzowania funkcjonałów podliniowych pochodzącą od R. Gera i opartą na pewnej wersji twierdzenia Hahna-Banacha. Podobny wynik dotyczy równania (2); dodatkowo w [F1] zajmowano się też jego stabilnością. Nierówności (4), (5), (6) rozważane są w [F2] dla funkcji $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ różniczkowalnych w sposób ciągły i spełniających pewne dodatkowe założenia. Dowodzi się, że przy tych założeniach rozwiązaniami są pewne funkcje liniowe. Warto zwrócić uwagę, że mamy tu do czynienia z nierównościami, w których występują złożenia niewiadomych funkcji, co czyni je (podobnie jak równania tego typu) trudnymi do zbadania (zwłaszcza bez dodatkowych założeń o regularności). Zwrócić też należy uwagę na użytą tu metodę wypracowaną przez autora, którą w swoim autoreferacie nazywa *różniczkowaniem nierówności stronami.* W uzupełnieniu dodajmy, że powiązane z wyżej wymienionymi wyniki dotyczące równania (3) zostały przez habilitanta uzyskane we wcześniejszej pracy [F14].

Ze względu na równoważność równania (3) (dla funkcji zerujących się w zerze) i równania

$$\max\{f(x+y), f(x-y)\} = f(x) + f(y), \tag{7}$$

podobną do wskazanej wyżej motywację mają nierówności funkcyjne *typu Volkmanna* rozważane w [F3]:

$$\max\{f(x+y), f(x-y)\} \leqslant f(x) + f(y), \tag{8}$$

$$\max\{f(x+y), f(x-y)\} \geqslant f(x) + f(y), \tag{9}$$

$$\min\{f(x+y), f(x-y)\} \geqslant |f(x) - f(y)|, \tag{10}$$

$$\min\{f(x+y), f(x-y)\} \leqslant |f(x) - f(y)|. \tag{11}$$

Znacznie więcej wykazano o rozwiązaniach nierówności (8) i (10). Nierówności (9) i (11) są dużo słabsze, co zilustrowano przykładami. W szczególności pokazano, że każde łączne, ciągłe i skracalne działanie $\circ$ spełniające warunek $|x \circ y - x| \leqslant |y|$, $x, y \in \mathbb{R}$ generuje ciągłe rozwiązanie nierówności (9). Uzasadnienie tego faktu opiera się m. in. na wynikach J. Aczéla (także Craigena i Pálesa) dotyczących *równania łączności.*

Kolejna praca w cyklu, [F4], poświęcona jest pewnym nierównościom funkcyjnym związanym z tzw. problemem *alienacji.* Badana jest nierówność

$$\alpha(f(x+y) - f(x) - f(y)) + \beta(g(xy) - g(x)g(y)) \geqslant 0$$

dla $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ oraz jej szczególny przypadek:

$$f(x+y) + bf(xy) \geqslant f(x) + f(y) + cf(x)f(y),$$

i $f(0) = 0$. W przypadku tej ostatniej nierówności, zakładając ciągłość f oraz różniczkowalność w zerze i stosując wspomnianą już metodę różniczkowania polegającą na tworzeniu i szacowaniu ilorazów różnicowych, wykazuje się, że f ma w całej dziedzinie ciągłą pochodną i spełnia określone równanie różniczkowe. Pozwala to na podanie w jawnej postaci rozwiązania badanej nierówności. Jako wniosek uzyskuje się odpowiedź na pytanie o alienację czyli kiedy rozważana nierówność implikuje układ nierówności, z którego powstała tzn.

$$\begin{cases} f(x+y) \geqslant f(x) + f(y), \\ bf(xy) \geqslant cf(x)f(y). \end{cases}$$

Kolejna nierówność funkcyjna

$$f(x+y) + f(y+z) + f(x+z) \leqslant f(x+y+z) + f(x) + f(y) + f(z), \tag{12}$$

gdzie $f\colon G \to \mathbb{R}$ (G jest grupą abelową) nazywana *nierównością Hlawki* rozważana jest w [F5]. Nierówność ta wywodzi się z warunku, który uzyskamy zastępując f normą. Taki warunek spełniony jest np. w każdej przestrzeni unitarnej, ale nie w każdej przestrzeni unormowanej (te, w których zachodzi nazywamy przestrzeniami Hlawki). Badanie nierówności (12) jest dobrze umotywowane we wstępie do pracy [F5]. Autor wskazuje na bogatą literaturę poświęconą zarówno samym przestrzeniom Hlawki, jak i związanymi z nią równaniami i nierównościami funkcyjnymi, analogicznymi do badanej. Niektóre z cytowanych wyników są uogólnione. Wykorzystując wspomnianą już wyżej reprezentację parzystych funkcjonałów podliniowych, dowodzi się, że 2-jednorodne rozwiązanie nierówności (12) można przedstawić w postaci

$$f(x) = \|A(x)\| + a(x)$$

gdzie $A\colon G \to E$ jest addytywnym odwzorowaniem prowadzącym w pewną przestrzeń Banacha E, zaś $a\colon G \to \mathbb{R}$ addytywnym funkcjonałem. Zastępując w dziedzinie grupę, przestrzenią Banacha i zakładając ciągłość f wykazuje się ciągłość składników A i a. Badane są również rozwiązania (12) przy innych założeniach dotyczących jednorodności. Interesujące są wyniki dotyczące rozwiązań nierówności (12) dla funkcji rzeczywisto-rzeczywistych. Przy pewnych założeniach dotyczących mierzalności, zerowania się funkcji w zerze oraz skończoności pochodnych Diniego na pewnym zbiorze, wykazano, że f wyraża się wzorem

$$f(x) = Ax^2 + Bx + r(x)$$

oraz $|r(x)| \leqslant C|x|$ dla $x \in \mathbb{R}$, gdzie stałe A, B, C są wyrażone przy pomocy pochodnych Diniego w zerze. W szczególności, przy pewnym dodatkowym założeniu o pochodnych Diniego w zerze, reszta r znika. W tym przypadku nie zakłada się żadnej jednorodności rozwiązań co stanowi znaczne utrudnienie. Dowód tego twierdzenia opiera się na pomysłowym wykorzystaniu pewnych zaawansowanych twierdzeń dla funkcji rzeczywistych, opisywanej wcześniej metody "różniczkowania nierówności", a w końcu pewnego twierdzenia Z. Gajdy dotyczącego stabilności równania Cauchy'ego. To jeden z najbardziej zaawansowanych i złożonych dowodów w całej przedstawianej rozprawie. Uzyskane wyniki już wzbudziły zainteresowanie specjalistów (por. Páles [15] — cytowane w autoreferacie).

W pracy [F6] ponownie pojawiają się nierówności funkcyjne ze złożeniami. Motywacją do badań habilitanta były wyniki dotyczące tzw. (liniowych) *operatorów uśredniających* oraz rozwiązań równania funkcyjnego

$$f(x * f(y)) = f(x) * f(y)$$

dla odwzorowań $f\colon G \to G$ w grupie $(G, *)$. Habilitant rozważał nierówności

$$T(f + T(g)) \geqslant T(f) + T(g) \tag{13}$$

oraz

$$T(f \circ T(g)) \geqslant T(f) \circ T(g) \tag{14}$$

gdzie $T\colon \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ jest określone w częściowo uporządkowanym pierścieniu $\mathcal{R}$. W szczególności pokazano, że surjektywne rozwiązania (13) są postaci

$$T(f) = f + T(0), \qquad f \in \mathcal{R}.$$

Bez założenia o surjektywności, T jest powyższej postaci na pewnym podzbiorze $\mathcal{R}$. Można też zastąpić surjektywność istnieniem określonej struktury topologicznej w $\mathcal{R}$. Podobne wyniki dostajemy dla nierówności (14) i pierścieni z jednością. Tym razem rozwiązania są postaci

$$T(f) = T(1)f$$

na określonych podzbiorach $\mathcal{R}$.

Wreszcie ostatnia praca z cyklu, [F7], przynosi interesujący rezultat motywowany twierdzeniem Laxa-Milgrama i jego uogólnieniami. Dla rzeczywistej przestrzeni Hilberta H rozważmy odwzorowanie $B: H \times H \to \mathbb{R}$ nadaddytywne ze względu na pierwszą zmienną i podliniowe ze względu na drugą, ograniczone z góry na pewnym niepustym otwartym podzbiorze $H \times H$. Dodatkowo zakładamy warunki

$$(\exists u \in H\ \forall v \in H:\ B(u,v) \geqslant 0) \ \Rightarrow\ u = 0;$$

$$(\exists v \in H\ \forall u \in H:\ B(u,v) = 0) \ \Rightarrow\ v = 0.$$

Wówczas istnieje injektywny liniowy i ograniczony operator $T: H \to H$ o gęstym obrazie i taki, że

$$\langle Tu|v\rangle \leqslant B(u,v), \qquad u, v \in H.$$

W dowodzie autor wykorzystuje m.in. twierdzenie R. Gera o postaci ciągłych podliniowych funkcjonałów określonych na rzeczywistej przestrzeni Hilberta oraz wyniki (Z. Gajda, A. Smajdor) dotyczące istnienia addytywnych selekcji dla wielowartościowych funkcji nadaddytywnych. Powyższe twierdzenie otwiera pole do dalszych badań. Jak przewiduje habilitant w swoim autoreferacie, zastosowana metoda oparta na twierdzeniach o selekcji dla multifunkcji może znaleźć zastosowanie w badaniu innych nierówności funkcyjnych. Także ten wynik, choć stosunkowo nowy, wzbudził już zainteresowanie.

Podsumowując, cykl publikacji [F1]-[F7] zawiera wyniki dotyczące różnych nierówności funkcyjnych o wielu zmiennych. Ich genezy należy szukać w analizie funkcjonalnej. Od bardziej elementarnych, związanych z uogólnieniami nierówności trójkąta (prace [F1]-[F3] i [F5]), poprzez nierówności motywowane badaniem operatorów nadaddytywno-nadmultyplikatywnych na przestrzeni funkcji ciągłych (praca [F4]), operatory uśredniające ([F6]) i twierdzenia o postaci funkcjonałów liniowych ciągłych na przestrzeni Hilberta ([F7]). Badane nierówności funkcyjne są w przypadku prac [F2] i [F6] nierównościami ze złożeniami funkcji niewiadomej. Cechą łączącą omawiany cykl artykułów są także stosowane metody (w szczególności, wypracowana przez autora metoda różniczkowania nierówności stosowana w pracach [F4], [F2], [F5]) oraz związki z innymi działami matematyki. Mimo dość dużej różnorodności rozważanej tematyki, da się wskazać cechy łączące wszystkie prace, a co za tym idzie można, w moim przekonaniu, uznać przedłożony cykl prac za jednotematyczny. Prace [F1]-[F3] mają bardziej elementarny charakter, prace [F4]-[F7] są bardziej zaawansowane pojęciowo, wymagają użycia większego aparatu matematycznego, a w dowodach stosuje się różnorodne środki dowodowe. Szczególnie ciekawe wydają się wyniki zawarte w pracach [F5]-[F7]. Różnorodność zastosowanych metod (w tym wypracowanie własnych) oraz niestandardowe wykorzystanie twierdzeń teorii równań i nierówności funkcyjnych (np. teorii stabilności czy selekcji multifunkcji), pozwalają stwierdzić, że cykl ten (osiągnięcie naukowe) stanowi znaczny wkład autora w rozwój reprezentowanej przez niego dyscypliny naukowej.

Uważam, że przedstawione *osiągnięcie naukowe* czyni zadość ustawowym wymogom stanowiącym warunek konieczny dopuszczenia do postępowania habilitacyjnego.

3. Ogólna ocena osiągnięć naukowo-badawczych habilitanta

(zgodnie z §3 i §4 Rozporządzenia Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 1 września 2011)

Dr W. Fechner jest autorem łącznie 32. artykułów naukowych, opublikowanych w latach 2004-2013, w tym 24. po roku 2007, w którym uzyskał doktorat. 21 prac (w tym 6 wchodzących w skład osiągnięcia naukowego, o którym była mowa w poprzednim punkcie) opublikowano w czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports (sumaryczny impact factor wynosi 13,156). Suma punktów wszystkich publikacji liczonych według obecnie obowiązującej punktacji ministerialnej przekracza 600. 5 prac zostało napisanych wspólnie z drugim autorem (3 prace z J. Sikorską i po jednej z R. Gerem i E. Gselmann (Węgry)). Uważam, że od strony formalnej zarówno liczba publikacji, jak i ranga czasopism, w których je opublikowano pozwalają uznać dorobek habilitanta za znaczący.

Baza *Web of Science* odnotowuje 20 prac habilitanta, z czego 7 jest cytowanych. Łącznie mają one 15 cytowań (cytowanych w 10. różnych publikacjach), w tym 10 jeśli nie liczyć autocytowań. Indeks Hircha (wg *Web of Science*) wynosi 2. Korzystając ze wszystkich baz *Web of Knowledge* (której częścią jest *Web of Science*) liczba cytowań wzrasta do 17. (12. bez autocytowań), a h-indeks do 3. Ten element oceny dorobku wypada więc nieco słabiej. Liczbę cytowań, i będący jej pochodną h-indeks, trudno uznać za szczególnie wysokie. Z pewnością duży wpływ na to ma fakt, że istotna cześć dorobku habilitanta to prace opublikowane niedawno. W szczególności, dotyczy to publikacji [F1]-[F7], z których najstarszą opublikowano w 2010 roku zaś z trzech ostatnich dwie opublikowano w bieżącym roku, a jedna dopiero oczekuje na ukazanie się w drukowanej wersji. Sądzę, że w przypadku tych publikacji można oczekiwać dużego zainteresowania mierzonego także liczbą cytowań. W uzupełnieniu dodam, że baza *MathSciNet* odnotowuje 28 prac habilitanta i łączną liczbę cytowań 46 (przez 30. autorów), zaś *Google Scholar* 111 cytowań. . Najczęściej cytowaną pracą dr. W. Fechnera wydaje się być praca [F9] dotycząca stabilności nierówności $\|2f(x)+2f(y)-f(x-y)\| \leqslant \|f(x+y)\|$. Nie jest ona odnotowana w *Web of Science*, jednak według *MathSciNet* ma 16 cytowań, zaś wg *Google Scholar* aż 55. Zauważalną liczbę cytowań ma też praca [F10] — 5 cytowań wg *Web od Science* i *MathSciNet* oraz 12 wg *Google Scholar*.

Po tej części formalnej, przejdę do merytorycznego opisu dorobku naukowego habilitanta. W całości można go zakwalifikować do teorii równań i nierówności funkcyjnych o wielu zmiennych, choć nie brak w nim związków z innymi specjalnościami matematycznymi. Nie będę szczegółowo omawiał zawartości poszczególnych prac — ich przegląd można zresztą znaleźć w autoreferacie. Zawartość prac [F1]-[F7] została już omówiona w poprzedniej części. Spośród pozostałych najwięcej dotyczy nierówności funkcyjnych. Są to prace [F11,F12] (charakteryzacje odwzorowań kwadratowych przy pomocy pewnych nierówności funkcyjnych), [F19] (równanie i nierówność związane z alienującymi rozwiązaniami równania Cauchy'ego i derywacjami), [F29,F31] (motywowane własnościami funkcji wykładniczych), [F8, F23,F24] (dotyczące uogólnionej i warunkowej nadaddytywności), [F15,F26,F32] (motywowane pewnymi nierównościami między średnimi). Badane są również równania funkcyjne, w tym równania ze złożeniami [F14,F21], równanie motywowane identycznością Lagrange'a [F30], równania kwadratowo-multyplikatywne [F18], równania Jensena i derywacje [F17], operatory kwadratowe na kratach Banacha [F22]. Badany jest także pojawiający się w omawianej wcześniej części problem alienacji [F18,F19]. Spora część dorobku poświęcona jest zagadnieniom stabilnościowym. Wspomniana już praca [F9], stabilność równań typu kwadratowego [F10], równań ze złożeniami [F16], stabilność ortogonalnej addytywności [F28], stabilność pewnego równania różniczkowego [F29], także stabilność w ujęciu kongruencyjnym [F13]. Zajmowano się również problemem oddzielania funkcjonałów (warunkowo) pod- i nadaddytywnych przez funkcjonały (warunkowo) addytywne [F20,F25,F27].

Tematyka powyższych publikacji jest więc bardzo szeroka i obejmuje najważniejsze zagadnienia intensywnie badane współcześnie w teorii równań i nierówności funkcyjnych. Świadczy to o dużej wiedzy i doświadczeniu w tym zakresie habilitanta. Rozważane równania czy nierówności badane są w różnych strukturach. Część wyników można zakwalifikować również do innych dziedzin matematyki (w bazie MathSciNet publikacje habilitanta przypisano też do teorii operatorów i funkcji rzeczywistych). Ostatnia praca [F22] (oraz wspomniane w autoreferacie jeszcze nie opublikowane manuskrypty) rozpoczynają badania w zakresie teorii operatorów.

Habilitant wygłosił (według dostarczonych danych, aktualnych na dzień złożenia wniosku) 22 referaty dotyczące własnych wyników naukowych na międzynarodowych konferencjach tematycznych. Większość tych konferencji poświęcona była równaniom i nierównościom funkcyjnym, kilka dotyczyło nierówności ogólnych, analizy funkcjonalnej, teorii aproksymacji i zastosowań. W trakcie jubileuszowej konferencji *50th International Symposium on Functional Equations*, Komitet Naukowy powierzył dr. Fechnerowi organizację sesji tematycznej pt. *Inequalities.*

W ostatnim okresie nasiliła się współpraca badawcza habilitanta z matematykami z ośrodków zagranicznych. Poza regularnym uczestnictwem w konferencjach, w latach 2012-2013 habilitant złożył 5 wizyt naukowych w uniwersytetach w Debreczynie (Węgry) i Ulm (Niemcy), wygłaszając tam odczyty i nawiązując współpracę naukową.

Za działalność naukowo-badawczą, dr W. Fechner został nagrodzony przez JM Rektora Uniwersytetu Śląskiego Nagrodą Indywidualną II stopnia (2011). Ponadto, Komitet Naukowy konferencji 50th ISFE (2012) przyznał mu Medal For Outstanding Contribution (za referat pt. *Functional Inequalities Motivated by the Lax-Milgram Theorem*).

Osiągnięcia naukowe habilitanta oceniam wysoko. Jego dorobek naukowy uważam za spełniający zwyczajowe kryteria zarówno od strony ilościowej jak i jakościowej. Szeroki zakres zainteresowań badawczych oraz rozwijana współpraca z innymi matematykami (także zagranicznymi) świadczy o dojrzałości habilitanta, a w szczególności pozwala mu na samodzielne planowanie i prowadzenie badań, kierowanie zespołami badawczymi i opiekę nad młodymi naukowcami.

4. Ocena w zakresie dorobku dydaktycznego i popularyzatorskiego oraz współpracy międzynarodowej habilitanta

(zgodnie z §5 Rozporządzenia Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 1 września 2011)

O 22. międzynarodowych konferencjach naukowych, w których czynnie uczestniczył habilitant i jego zagranicznych wizytach naukowych była już mowa wyżej.

Dr Fechner jest członkiem komitetów redakcyjnych dwóch czasopism: *Progress in Applied Mathematics* oraz *Studies in Mathematical Sciences* wydawanych przez Canadian Research and Development Center of Sciences and Cultures. Jest członkiem *Research Group in Mathematical Inequalities and Applications.*

Był recenzentem 37. publikacji dla 16. czasopism naukowych (ponad połowa to recenzje dla czasopism uwzględnionych w bazie JCR). Wykonał też 23 omówienia dla *Mathematical Reviews.*

Dwukrotnie kierował (kieruje) krajowymi projektami badawczymi: w latach 2012-2013 był to projekt pt. *Nierówności funkcyjne*, zaś od roku 2013 pt. *Liniowe i nieliniowe faktoryzacje operatorów oraz ich własności stabilnościowe w C^*-algebrach i w kratach.* Oba realizowane ze środków MNiSW w ramach programów *Iuventus Plus* 2011 i 2012.

Dr W. Fechner zatrudniony jest na stanowisku naukowo-dydaktycznym od 2007 roku co pozwala przypuszczać, że zdobył już duże doświadczenie w pracy dydaktycznej. Materiały przekazane przez habilitanta nie zawierają pełnej informacji o tym jakie zajęcia prowadził. Wiadomo, że prowadził ćwiczenia z analizy matematycznej uzyskując w kolejnych latach bardzo wysokie oceny w ankietach studenckich. Wiadomo też, że w ramach realizacji projektów finansowanych przez Unię Europejską prowadził zajęcia wyrównawcze oraz warsztaty problemowe z zastosowań matematyki. Współpracuje z Kołem Naukowym Matematyków UŚ, którego sam był (jako student) przez dwa lata przewodniczącym. Ciekawą inicjatywą habilitanta był pomysł zorganizowania w 2005 roku studenckiej konferencji naukowej dla doktorantów UŚ oraz Uniwersytetu w Debreczynie. Konferencja ta odbywa się od tamtego czasu co roku.

Dr W. Fechner pełnił (bądź pełni nadal) funkcję opiekuna indywidualnego toku studiów czterech studentów sekcji teoretycznej. Jak dotąd nie pełnił funkcji opiekuna czy promotora pomocniczego w przewodzie doktorskim (nie bardzo miał ku temu okazję, bo Ustawa daje taką możliwość od niedawna). Nie ma natomiast informacji o opiece i promotorstwie prac magisterskich czy licencjackich. Jeśli ich nie było, to jest to pewien mankament zważywszy, że jednym z zadań samodzielnego pracownika nauki jest opieka naukowa i promotorstwo w przewodach doktorskich.

Habilitant włącza się w działalność popularyzatorską prowadzoną przez IM UŚ, adresowaną do uczniów szkół średnich. Bierze udział w corocznie organizowanym na Wydziale *Święcie liczby* π, w szczególności biorąc udział w pracach jury organizowanego przy tej okazji konkursu. Jest też jurorem *Ogólnopolskiego Sejmiku Matematyków* – konkursu dla uczniów organizowanego przez Pracownię Matematyki i Informatyki Pałacu Młodzieży w Katowicach.

W świetle powyższych informacji, dorobek dydaktyczny i popularyzatorski oraz współpracę międzynarodową habilitanta (w szerokim rozumieniu §5. Rozporządzenia) można ocenić pozytywnie.

5. Konkluzja

Zawarte w poprzednich częściach recenzji cząstkowe oceny poszczególnych aspektów działalności akademickiej habilitanta pozwalają mi stwierdzić, że określone w Art. 16. *Ustawy o stopniach i tytule naukowym...* kryteria znacznego wkładu w rozwój dyscypliny naukowej, aktywności naukowej, współpracy międzynarodowej oraz dorobku dydaktycznego i popularyzatorskiego habilitanta, są spełnione. **Wnioskuję zatem o nadanie dr. Włodzimierzowi Fechnerowi stopnia doktora habilitowanego nauk matematycznych w zakresie matematyki.**

J. Ch.