Prof. dr hab. Wojciech Kucharz
Instytut Matematyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego

09.10.2017

Ocena rozprawy habilitacyjnej Pani dr Katarzyny Kuhlmann

1. Wstęp

Pani Katarzyna Kuhlmann (poprzednie nazwisko Osiak) przedstawiła rozprawę habilitacyjną pod tytułem *Przestrzenie* **R**-*punktów*. Składa się ona z siedmiu prac wymienionych poniżej.

[1] K. Osiak, The Boolean space of **R**-places, Rocky Mountain J. Math. 40 (2010), 2003-2011.

[2] I. Efrat, K. Osiak, Topological spaces as spaces of **R**-places, J. Pure Appl. Algebra 215 (2011), 839-846.

[3] F.-V. Kuhlmann, M. Machura, K. Osiak, Metrizability of spaces of **R**-places of function fields of transcendence degree 1 over real closed fields, Comm. Algebra 39 (2011), 3166-3177.

[4] M. Machura, M. Marshall, K. Osiak, Metrizability of the space of **R**-places of a real function field, Math. Z. 266 (2010), 237-242.

[5] F.-V. Kuhlmann, K. Kuhlmann, Embedding theorems for spaces of **R**-places of rational function fields and their products, Fund. Math. 218 (2012), 121-149.

[6] K. Kuhlmann, The structure of spaces of **R**-places od rational function fields over real closed fields, Rocky Mountain J. Math. 46 (2016), 533-557.

[7] P. Koprowski, K. Kuhlmann, Places, cuts and orderings of function fields, J. Algebra 468 (2016), 253-274.

Rozwiązanie siedemnastego problemu Hilberta przez E. Artina i O. Schreiera w 1927 roku można uznać za początek algebry rzeczywistej. Artin i Schreier zwrócili uwagę na istotne znaczenie ciał uporzadkowanych. Nieco później, R. Bear i W. Krull odkryli związki między porządkami i waluacjami.

Niech K będzie ciałem. Oznaczmy przez $X(K)$ zbiór wszystkich porządków ciała K, a przez $M(K)$ zbiór wszystkich **R**-punktów ciała K. Zgodnie z twierdzeniem Baera-Krulla, naturalne odwzorowanie z $X(K)$ do $M(K)$ jest surjektywne. Przestrzeń $X(K)$ z topologią Harrisona jest przestrzenią boolowską. Surjektywność odwzorowania powyżej pozwala określić na $M(K)$ topologię ilorazową. Przestrzeń $M(K)$ jest zwartą przestrzenią Hausdorffa, ściśle związaną z rzeczywistym pierścieniem holomorficznym $H(K)$. Przestrzenie $X(K)$ i $M(K)$ oraz pierścień $H(K)$ były (i dalej są) intensywnie badane przez wielu matematyków (D.W. Dubois, T. Craven, R. Brown, M.Knebusch, L. Bröker, H.W. Schülting, J. Herman, E. Becker, J. Merzel). Motywacja do prowadzenia tych badań jest całkowicie klarowna, ponieważ $X(K)$, $M(K)$, $H(K)$ kodują bardzo wiele głębokich własności ciała K. Do pewnego stopnia byłem osobiście zaangażowany w wyjaśnienie pewnych własności rzeczywistego pierścienia holomorficznego ciała funkcyjnego nad ciałem liczb rzeczywistych lub, ogólniej, nad dowolnym ciałem rzeczywiście domkniętym.

2. Wyniki rozprawy habilitacyjnej

W rozprawie habilitacyjnej, Pani dr Katarzyna Kuhlmann koncentruje się głównie na badaniu przestrzeni **R**-punktów, tzn. przestrzeni postaci *M(K)* dla pewnego ciała *K*.

Główny wynik w pracy [1] mówi, że każda przestrzeń boolowska jest realizowalna jako przestrzeń **R**-punktów pewnego ciałą.W [2] znajdują się dwa interesujące twierdzenia dotyczące sum rozłącznych przestrzeni **R**-punktów oraz podprzestrzeni przestrzeni **R**-punktów. Łatwo sformułować główne twierdzenie w artykule [3]. Mówi ono, że jeśli *R* jest ciałem rzeczywiście domkniętym, to przestrzeń *M(R(x))* jest metryzowalna wtedy i tylko wtedy, gdy *R* zawiera przeliczalne podciało gęste. Z wynikami zawartymi w [3] kontrastuje twierdzenie udowodnione w [4]: jeśli *R* jest nieprzeliczalnym ciałem rzeczywiście domkniętym, to przestrzeń *M(R(x,y))* nie jest metryzowalna. W [5] analizowane są związki między przestrzeniami *M(R(x))* i *M(F(x))*, gdzie ciało *F* jest formalnie rzeczywistym rozszerzeniem rzeczywiście domkniętego ciała *R*. Otrzymane wyniki precyzyjnie ukazują skomplikowaną nature tych przestrzeni. W [5] wyjaśnione są również relacje między *M(R(x_1, x_n))* i iloczynem *M(R(x_1))*x...x*M(R(x_n))*. Praca [6] poświęcona jest badaniu przestrzeni *M(R(x))*, gdzie R jest niearchimedesowym ciałem rzeczywiście domkniętym. W [7] uogólniony jest wynik Gilmera oraz wyniki pracy [3] na przypadek ciała funkcyjnego *F* stopnia przestępnego 1 nad dowolnym rzeczywiście domkniętym ciałem *R*.

Prace [1] i [6] są napisane samodzielnie przez Panią dr Katarzynę Kuhlmann, natomiast artykuły [2], [3], [4], [5] i [7] powstały we współpracy z innymi matematykami. Według oświadczeń współautorów, udział dr Kuhlmann we wspólnych pracach był zawsze istotny. Wszystkie prace wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej są opublikowane w dobrych czasopismach matematycznych. Pewne z tych czasopism są najwyżej punktowane wśród czasopism wyspecjalizowanych w algebrze. Wszystkie oceniane prace zawierają interesujące wyniki wymagające subtelnych konstrukcji i są atrakcyjnie sformułowane. Nie przynoszą one przełomowych wyników, ale z pewnością stanowią bardzo wartościowy wkład w dalszy rozwój reprezentowanej dziedziny.

3. Wyniki nie wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej

Dorobek naukowy Pani dr Katarzyny Kuhlmann jest znacznie oszerniejszy, niż ten omówiony powyżej. Na wyniki nie wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej składa się 11 prac opublikowanych w dobrych czasopismach matematycznych o zasięgu międzynarodowym. Prace te dotyczą również innej tematyki, np. ogólnej teorii waluacji oraz twierdzeń o punkcie stałym i punkcie koincydencji. Jest to bez wątpienia dorobek solidny.

4. Inne obszary działalności podlegające ocenie

Pani dr Katarzyna Kuhlmann aktywnie uczestniczyła w międzynarodowych i krajowych konferencjach naukowych. Lista wygłoszonych referatów zawiera 17 pozycji i obejmuje referaty na konferencjach w wielu krajach (Polska, Czechy, Słowacja, Słowenia, Niemcy, Hiszpania, Turcja, Francja, Kanada, Węgry). Ponadto, dr Kuhlmann pracowała w komitetach organizacyjnych międzynarodowych i krajowych konferencji naukowych (6 konferencji). Dr Kuhlmann skorzystała również ze stażów w dobrych zagranicznych ośrodkach naukowych (University of Saskatcheuan, Kanada oraz Ben Gurion University of the Negev, Izrael). Na uwagę zasługuje także zorganizowanie przez dr Kuhlmann warsztatów dla doktorantów i modych pracowników (2 razy). Działalność Pani dr Katarzyny Kuhlmann we wszystkich wymienionych w tym punkcie dziedzinach oceniam bardzo wysoko.

Konkluzja

Uważam, że Pani dr Katarzyna Kuhlmann uzyskała znaczące nowe wyniki po doktoracie. Wykazała przy tym zarówno samodzielność jak również umiejętność współpracy z innymi matematykami. Dr Kuhlmann regularnie publikuje w dobrych czasopismach naukowych mających IF. Nie widzę powodów, by wątpić w dalszy rozwój naukowy dr Kuhlmann.

Pani dr Katarzyna Kuhlmann spełnia zwyczajowe oczekiwania środowiska matematycznego oraz wymagania ustawowe stawiane kandydatom do stopnia doktora habilitowanego. Wnioskuję o nadanie dr Katarzynie Kuhlmann stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk matematycznych.

Wojciech Kucharz