dr hab. Włodzimierz Fechner
Instytut Matematyki
Politechnika Łódzka
ul. Wólczańska 215
90-924 Łódź

Łódź, 3 lipca 2017 r.

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Piotra Helbina

pod tytułem

Implikacje rozmyte generowane z kopuł

Omówienie treści rozprawy.

Recenzowana rozprawa składa się ze wstępu i pięciu rozdziałów. Główny jej cel to zbadanie wybranych klas implikacji rozmytych. Zastosowane metody badawcze wykorzystują pojęcia z zakresu logiki rozmytej, elementarnego rachunku prawdopodobieństwa, analizy matematycznej i równań funkcyjnych.

Rozdział pierwszy „Preliminaria" zawiera wybrane, wykorzystywane dalej pojęcia z zakresu funkcji rzeczywistych oraz definicje i przykłady podstawowych obiektów logiki rozmytej. Zdefiniowane są zbiory rozmyte, implikacje rozmyte, negacje rozmyte, normy trójkątne, konormy trójkątne, kopuły, semikopuły i quasikopuły.

Drugi rozdział poświęcony jest równaniu Franka, czyli równaniu

$$T(x, y) + S(x, y) = x + y, \quad x, y \in [0, 1],$$

gdzie T jest t-normą, a S jest t-konormą. Treść tego rozdziału ogranicza się do dość wiernego przetłumaczenia artykułu M.J. Franka [20] wraz z drobnymi uzupełnieniami łatwych rozumowań, które nie zostały detalicznie przeprowadzone w [20] (numeracja pozycji bibliograficznych zgodna z rozprawą). Rozwiązanie równania Franka jest w dalszych częściach rozprawy wykorzystywane w niewielkim stopniu, zatem fakt umieszczenia w niej pełnych dowodów jest dla mnie niezrozumiały. Rozdział ten wygląda jak fragment pracy dyplomowej. Od rozprawy doktorskiej oczekiwać należy większego wkładu własnego. Do treści tego rozdziału odnoszę się również później, w uwadze nr 2. z listy szczegółowych uwag krytycznych.

Rozdział trzeci poświęcony jest pewnym klasom implikacji rozmytych uzyskanych za pomocą kopuł. Dla semikopuły B definiuje się implikację indukowaną wzorem

$$R_B(x,y) = \sup\{t \in [0,1] : B(x,t) \leqslant y\}, \quad x,y \in [0,1].$$

Z kolei, mając dana implikacje rozmytą R, semikopułę indukowaną wprowadza sie formułą

$$B_R(x,y) = \inf\{z \in [0,1] : R(x,z) \geqslant y\}, \quad x,y \in [0,1].$$

Oba pojęcia są przedyskutowane w pierwszych dwóch podrozdziałach.

Trzeci podrozdział dotyczy funkcji postaci

$$J_{I,B}(x,y) = I(x, B(x,y)), \quad x,y \in [0,1],$$

gdzie I jest implikacją rozmytą, a B semikopułą. Kolejny, krótki podrozdział zawiera charakteryzację implikacji rozmytych I spełniających warunek Lipschitza ze stałą 1, jako będących postaci

$$I(x,y) = 1 - Q(x, 1-y), \quad x,y \in [0,1],$$

dla pewnej quasikopuły Q. Scharakteryzowane są również 1-lipschitzowskie funkcje $J_{I,B}$. Ostatni podrozdział zawiera przykłady funkcji $J_{I,B}$. Wprowadzone jest także pojęcie implikacji probabilistycznych i implikacji dualnych, które pojawią się jeszcze w dalszych częściach rozprawy.

Trzy ostatnie podrozdziały rozdziału trzeciego zawierają wyniki z artykułu [5] pięciorga autorów. Jednym z współautorów jest mgr Helbin; niestety nie wiadomo, które z wyników pracy [5] pochodzą od niego. Należy jednak zauważyć, że oświadczenia autorów określające indywidualny wkład nie są wymagane, bowiem przewód doktorski, jako wszczęty we wrześniu 2015 roku, prowadzony jest na zasadach określonych w obowiązującym wówczas Rozporządzeniu Ministra, które w odróżnieniu do obecnie obowiązujących zasad, nie nakładało wymogu takich oświadczeń.

Rozdział czwarty zawiera definicje i przykłady implikacji rozmytych motywowanych rachunkiem prawdopodobieństwa. Na początku rozdziału Autor cytuje klasyczne twierdzenie Sklara, które stanowi motywację dla wprowadzenia pewnych klas implikacji rozmytych. Pojawiają się również kluczowe twierdzenia dotyczące omawianych pojęć. Ponieważ cały rozdział nie zawiera żadnych nowych wyników Autora i pełni jedynie rolę przygotowawczą dla rozdziału piątego, więc odstępuję od jego bardziej szczegółowego omówienia.

Ostatni rozdział pracy poświęcony jest badaniu implikacji rozmytych wprowadzonych w rozdziale czwartym. W szczególności, wykazana jest rozłączność klas implikacji probabilistycznych i implikacji s-probabilistycznych, a także rozłączność klasy implikacji warunkowych i klasy implikacji s-probabilistycznych. Ponadto, implikacja drastyczna jest jedyną implikacją jednocześnie warunkową i probabilistyczną. Dalej, w klasie implikacji probabilistycznych warunek porządku charakteryzuje implikację Goguena. A ten sam warunek w klasie implikacji s-probabilistycznych charakteryzuje implikację Łukasiewicza, a w klasie implikacji warunkowych charakteryzuje implikację Geines-Reschera. Drugi podrozdział dotyczy rozmytych analogonów prawa kontrapozycji. Rozróżnia się prawo lewej kontrapozycji i prawo prawej kontrapozycji. Autor zbadał te prawa dla implikacji rozmytych wprowadzonych poprzez twierdzenie Sklara. Kolejny podrozdział dotyczy rozmytego analogonu reguły Modus Ponens, który prowadzi do pojęcia T-conditionality:

$$T(x, I(x, y)) \leqslant y, \quad x, y \in [0, 1],$$

dla t-normy T i implikacji rozmytej I. Okazuje się, że implikacja probabilistyczna generowana z kopuły C spełnia to prawo z każdą t-normą T wtedy i tylko wtedy gdy $C(x, y) \leqslant xy$ dla wszystkich $x, y \in [0, 1]$ spełniających $x > y$. Sytuacja dla innych typów implikacji rozmytych tez jest przedsyskutowana.

Kolejny podrozdział charakteryzuje R-implikacje (tj. implikacje indukowane przez t-normę) w badanych klasach implikacji rozmytych. Implikacja Goguena to jedyna taka implikacja probabilistyczna, implikacja Łukasiewicza o jedyna taka implikacja s-probabilistyczna, natomiast nie istnieją R-implikacje warunkowe.

Następny podrozdział jest analogiczny do poprzedniego i ma na celu podobne scharakteryzowanie (S,N)-implikacji (tj. implikacje indukowane przez t-konormę i negację).

Podrozdział 5.6 dotyczy prawa importacji, postaci

$$I(x, I(y, z)) = I(T(x, y), z), \quad x, y, z \in [0, 1],$$

dla implikacji rozmytej I i t-normy T. Seria przykładów pokazuje, że prawo to nie zawsze musi zachodzić, choć istnieją różne t-normy i implikacje, które je spełniają. W klasie implikacji s-probabilistycznych Autor podaje satysfakcjonujący, choć zarazem dość skomplikowany (w odróżnieniu od poprzednich rezultatów) opis dla tego prawa.

Kolejne dwa podrozdziały dotyczą f-generowanych i g-generowanych implikacji Yagera oraz QL-operatorów. Typowy rezultat mówi, że odpowiednie przekroje z klasami implikacji probabilistycznych, s-probabilistycznych lub warunkowych są puste lub jednoelementowe.

Rozdział piąty jest w mojej ocenie najciekawszym i najbardziej wartościowym w całej rozprawie. Zawarte w nim wyniki pochodzą głównie z pracy [3] czworo autorów, której współautorem jest mgr Helbin. Podobnie jak w rozdziale trzecim, nie można ocenić wkładu indywidualnego w prezentowane wyniki.

Uwagi szczegółowe.

Poniżej wymieniam szczegółowe uwagi krytyczne:

1. Początek strony 19. Brakuje uzasadnienia poprawności definicji wprowadzonych klas implikacji rozmytych. Autor nie odnosi się do kwestii czy funkcje f i g z reprezentacji implikacji f-generowanych oraz g-generowanych są jednoznaczne. Jeśli nie są, to należy w szczególności sprawdzić, że dla dwóch różnych funkcji f_1 i f_2 generujących tą samą f-implikację Yagera mamy $f_1(0) < \infty$ wtedy i tylko wtedy gdy $f_2(0) < \infty$. Podobną analizę należy przeprowadzić dla g-implikacji.

2. Równanie (2.3) pochodzące od równania Franka jest tożsame z równaniem z tzw. problemu Matkowskiego-Sutô, który jest intensywnie badany przynajmniej od kilkunastu lat. Autor rozprawy mógłby wykorzystać nowsze publikacje zamiast powtarzać oryginalne rozumowania Franka z 1979 roku. Rezultaty dotyczące problemu Matkowskiego-Sutô są dużo ogólniejsze od problemu badanego przez Franka. Uważam, że możliwe jest ich wykorzystanie w logice rozmytej celem uzyskania ogólniejszych rezultatów dotyczących na przykład implikacji s-probabilistycznych, albo t-norm. Jestem przekonany, że gdyby przed złożeniem rozprawy Autor zaprezentował treść rozdziału 2 na odbywających się na Uniwersytecie Śląskim seminariach z równań funkcyjnych, to związek Równania Franka z problemem Matkowskiego-Sutô zostałby zauważony przez uczestników seminarium, co wraz z ewentualnymi innymi zgłoszonymi konstruktywnymi uwagami, mogłoby skłonić Autora do przebudowania i poprawienia rozdziału drugiego rozprawy.

3. W twierdzeniu 1.27 zbiór A może być skończony lub przeliczalny. Ponadto, jedyność zbioru A (jako zbioru indeksów) nie powinna być rozumiana dosłownie. Ta sama uwaga dotyczy twierdzenia 1.36.

4. Druga linia, strona 9. Nie wiadomo jak należy rozumieć element neutralny dla funkcji $F\colon [0,1] \to [0,1]$. Można się domyślać, że Autorowi prawdopodobnie chodziło o funkcję dwóch argumentów.

5. W twierdzeniu 1.61 pojawia się pojęcie „semigrupa”. W języku polskim przyjęło się używać terminu „półgrupa”.

6. Strona 87. Używane angielskie pojęcie „T-conditionality” należałoby spróbować przetłumaczyć.

7. Rozprawa zawiera bardzo dużo literówek i innych usterek językowych. Te usterki nie wpływają na ocenę merytoryczną, choć utrudniają lekturę rozprawy.

Konkluzja.

W konkluzji stwierdzam, że przedstawiona rozprawa spełnia ustawowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim. Rozprawa stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego oraz wykazuje ogólną wiedzę teoretyczną kandydata w zakresie nauk matematycznych oraz umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej. Zatem spełnione są warunki określone w art. 13 ust. 1 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. Nr 65, poz. 595, z późniejszymi zmianami). Dlatego wnoszę o dopuszczenie jej Autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

(-) Włodzimierz Fechner